

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой вычислительной математики
и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)



М. Леденева

21.04.2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.14 Дискретная математика

- 1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**
01.03.02 Прикладная математика и информатика
- 2. Профиль подготовки/специализация:** все профили
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)
- 6. Составитель программы:** Леденева Татьяна Михайловна, д.т.н., профессор кафедры ВМ и ПИТ факультета ПММ
- 7. Рекомендована:** НМС факультета ПММ 15.04.2022г., протокол №8.
- 8. Учебный год:** 2022/2023 **Семестры:** 1,2
- 9. Цели и задачи учебной дисциплины:**
Цель учебной дисциплины: сформировать у обучающихся комплекс знаний по основным разделам дискретной математики, образующих теоретическую основу для формализации прикладных задач и выбора методов их решения с использованием данного математического аппарата.
Задачи учебной дисциплины:
изучение основных разделов дискретной математики;
ознакомление с примерами прикладных задач, для формализации которых используется математический аппарат дискретной математики;
формирование у обучающихся навыков использования современных математических и инструментальных средств, базирующихся на математическом аппарате дискретной математики, для решения простейших прикладных задач из области профессиональной деятельности.
- 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина «Дискретная математика» входит в обязательную часть учебного плана и изучается в 1 и 2 семестрах.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и/или естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Демонстрирует знания, относящиеся к базовым дисциплинам математики, информатики и естественных наук.	<i>Знать:</i> основную терминологическую базу дискретной математики. <i>Уметь:</i> решать типовые задачи, относящиеся к основным темам дисциплины. <i>Владеть:</i> методами использования математических структур дискретной математики для решения некоторых классов прикладных задач.
		ОПК-1.3	Использует современные математические инструментальные средства для решения поставленной задачи, анализирует и интерпретирует результаты.	<i>Знать:</i> методы и алгоритмы решения прикладных задач, для формализации которых используется аппарат дискретной математики. <i>Уметь:</i> анализировать и интерпретировать решения задач, полученные с использованием методов дискретной математики. <i>Владеть:</i> инструментальными средствами дискретной математики для решения некоторых прикладных задач.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. (в соответствии с учебным планом) – 8/288.

Форма промежуточной аттестации: экзамен (2), контрольная работа (4).

13. Трудоемкость по видам учебной работы:

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			1 сем.	2 сем.
Контактная работа		128	64	64
в том числе:	лекции	64	32	32
	практические	64	32	32
Самостоятельная работа		88	44	44
Промежуточная аттестация		72	36	36
Итого		288	144	144

13.1 Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1. Лекции			
1.1	Введение	Соотношение между дискретным и непрерывным подходом к изучению различных явлений. Цель и задачи изучения дисциплины	moodle (Дискретная математика) edu.vsu.ru

1.2	Элементы теории множеств	Основные понятия и определения теории множеств. Способы задания множеств. Операции над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера – Венна. Разбиение и покрытие. Мощность множества. Формула включений и исключений. Нечеткие множества и операции над ними.	moodle (Дискретная математика) edu.vsu.ru
1.3	Элементы теории отношений	Бинарные отношения. Операции над отношениями. Свойства инверсии и композиции. Графы. Матричные операции над отношениями и операции на графах. Свойства бинарных отношений. Отношения эквивалентности, фактор-множество и задача классификации. Отношения порядка. Упорядоченные множества. Изоморфизм упорядоченных множеств. Основные алгебраические структуры. Понятие модели.	moodle (Дискретная математика) edu.vsu.ru
1.4	Элементы комбинаторики	Классификация комбинаторных задач и характеристика их основных типов. Основные правила комбинаторики. Основные комбинаторные конфигурации: сочетания, размещения, перестановки с повторениями и без повторений. Комбинаторика разбиений. Полиномиальная теорема и бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты и их свойства. Треугольник Паскаля. Линейные рекуррентные соотношения. Общее и частное решения. Производящие функции и их свойства. Метод производящих функций.	moodle (Дискретная математика) edu.vsu.ru
1.5	Элементы теории графов	Графы: основные понятия и определения. Матричные представления графов. Некоторые типы графов и подграфов. Связность и сильная связность. Алгоритмы определения сильных компонент. Конденсация. Базы и антибазы графа. Независимые и доминирующие множества. Клика. Ядро. Дерево и остов. Теорема о числе остовных деревьев. Кратчайший остов. Некоторые экстремальные задачи на графах: задача о кратчайшем пути (алгоритм Дейкстры), задача о критическом пути, задача о максимальном потоке и минимальном разрезе (алгоритм Форда – Фалкерсона).	moodle (Дискретная математика) edu.vsu.ru
1.6	Элементы математической логики	Высказывания и операции над ними. Алгебра высказываний. Равносильность формул. Двойственность. Разложения Шеннона. ДНФ и КНФ. Совершенные нормальные формы. Алгоритмы приведения к совершенным нормальным формам. Карты Карно. Проблема минимизации и ее геометрическая интерпретация. Сокращенная, тупиковая и минимальная ДНФ. Метод Квайна. Минимизация в классе КНФ. Логическое следствие и правильные рассуждения. Алгоритм определения всех заключений из данной системы посылок. Алгоритм определения всех посылок для данного заключения. Булевы функции и способы их представления. Алгебра булевых функций. Многочлен Жегалкина. Функционально-замкнутые классы булевых функций. Критерий полноты системы булевых функций. Базис. Схемы из функциональных элементов. Предикаты. Типы предикатов. Операции навешивания кванторов и их свойства.	moodle (Дискретная математика) edu.vsu.ru
1.7	Элементы теории кодирования	Основные понятия теории кодирования. Типы кодов. Количественные характеристики кодов. Кодовое дерево. Код Фано. Неравенство Крафта. Основная теорема теории кодирования. Метод Хаффмана оптимального кодирования.	moodle (Дискретная математика) edu.vsu.ru
2. Практические занятия			
2.1	Элементы теории множеств	Операции над множествами и их свойства. Мощность множества.	moodle (Дискретная математика) edu.vsu.ru
2.2	Элементы теории отношений	Способы задания отношений. Операции над отношениями. Свойства и типы бинарных отношений. Отношение эквивалентности. Отношение порядка. Диаграммы Гессе.	moodle (Дискретная математика) edu.vsu.ru
2.3	Элементы комбинаторики	Основные комбинаторные принципы и конфигурации. Биномиальные коэффициенты и их свойства. Рекуррентные соотношения. Производящие функции.	moodle (Дискретная математика) edu.vsu.ru

2.4	Элементы теории графов	Матричные представления графов. Алгоритм поиска сильных компонент, баз и антибаз орграфа. Алгоритм раскраски. Алгоритм нахождения кратчайшего пути. Алгоритм нахождения кратчайшего остова. Алгоритм Форда-Фалкерсона	moodle (Дискретная математика) edu.vsu.ru
2.5	Элементы математической логики	Логические операции и их свойства. Канонические представления: нормальные и совершенные нормальные формы. Полные системы булевых функций. Минимизация булевых функций в классе нормальных форм. Предикаты (использование предикатов для записи математических предложений).	moodle (Дискретная математика) edu.vsu.ru
2.6	Элементы теории кодирования	Количественные характеристики кодов. Кодовое дерево. Код Фано. Метод Хаффмана оптимального кодирования.	moodle (Дискретная математика) edu.vsu.ru

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)			
		Лекции	Практические	Самостоятельная работа	Всего
1	Введение	1	0	2	3
2	Элементы теории множеств	7	8	12	27
3	Элементы теории отношений	10	8	16	34
4	Элементы комбинаторики	12	10	16	38
5	Элементы теории графов	16	18	18	52
6	Элементы математической логики	16	18	20	54
7	Элементы теории кодирования	2	2	4	8
Итого:		64	64	88	216

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Лекционные занятия (лекции) реализуются в традиционной форме в соответствии с календарным планом-графиком чтения лекций. Целесообразно лекции сопровождать практическими занятиями для лучшего понимания материала и формирования навыков и умений для решения задач, относящихся к различным разделам дискретной математики. Следует уделить внимание вопросам представления объектов дискретной математики в компьютерных программах. В рамках данной дисциплины студенты должны ознакомиться не только с принципами построения алгоритмов и базовыми алгоритмами, но и научиться строить алгоритмы для решения простейших задач, связанных с приложениями дискретной математики.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения необходимо выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Судоплатов, С. В. Дискретная математика: учебник и практикум для вузов / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. – 5-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 279 с. – URL: https://urait.ru/bcode/450002

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Гашков, С. Б. Дискретная математика: учебник и практикум для вузов / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2020. – 483 с. – URL: https://urait.ru/bcode/450614
3	Пак, В. Г. Дискретная математика: теория множеств и комбинаторный анализ. Сборник задач: учебное пособие для вузов / В. Г. Пак. – Москва: Издательство Юрайт, 2020. – 235 с. – URL: https://urait.ru/bcode/453113

4	Таранников, Ю. В. Дискретная математика. Задачник : учебное пособие для вузов / Ю. В. Таранников. – Москва : Издательство Юрайт, 2020. – 385 с. – (Высшее образование). – URL: https://urait.ru/bcode/450627
5	Гладков Л.А. Дискретная математика / Л.А. Гладков, В.В. Курейчик, В.М. Курейчик. – М. : Физматлит, 2014. – 496 с.
6	Канцедал С.А. Экстремальные задачи дискретной математики / С.А. Канцедал. – М. : НИЦ ИНФРА-М, 2016. – 304 с. Режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=7

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
7	www.lib.vsu.ru – Электронный каталог Научной библиотеки ВГУ
8	Леденева, Т.М. Курс «Дискретная математика» / Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». – Режим доступа: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6084

16. Перечень учебно-методического обеспечения

№ п/п	Источник
9	Леденева Т.М. Сборник задач по дискретной математике / Т.М. Леденева, С.Ю. Балашева. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2016. – 145 с.
10	Борзунов С.В. Задачи по дискретной математике / С.В. Борзунов, С.Д. Кургалин. – СПб. : БХВ-Петербург, 2016. – 582 с.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии, электронное обучение, смешанное обучение.

При реализации дисциплины используется классическая модель лекционных и практических занятий. Организационная модель проведения занятий базируется на здоровьесберегающей технологии, строгом соблюдении санитарно-гигиенических норм и правил техники безопасности в учебных помещениях. В процессе чтения лекций у обучающихся формируются следующие качества: интерес к содержанию дисциплины, критическое мышление, способность к выявлению связей между теорией и практической направленностью изучаемого материала. Практические занятия направлены на развитие аналитических способностей, на формирование навыков работы с алгоритмами и методами дискретной математики.

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Дискретная математика», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-технического обеспечения дисциплины:

Мебель и оборудование	Программное обеспечение
Лекции	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО); Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО)
Практические занятия	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО); Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО)

19. Оценочные средства для текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

№	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Элементы теории множеств Элементы теории отношений	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа
2	Элементы комбинаторики		ОПК-1.1	Контрольная работа
3	Элементы теории графов		ОПК-1.1, ОПК-1.3	Контрольная работа
4	Элементы математической логики		ОПК-1.1, ОПК-1.3	Контрольная работа
Промежуточная аттестация, Форма контроля – экзамен				Перечень теоретических вопросов и типовых задач

Варианты контрольных работ

Контрольная работа № 1

Вариант ____

- С помощью основных равносильностей упростите выражение и изобразите множество с помощью кругов Эйлера-Венна: $(A \cap \bar{B}) \setminus (C \cup B)$.
- Верно ли равенство $A \setminus B = A \Delta (A \cap B)$?
- Для произвольных множеств A, B, C проверьте, является ли выполнение включения $A \subseteq B \cap C$ необходимым и достаточным условием выполнения равенства $C = (A \Delta C) \cup (B \cap A)$.
- Докажите, что если бинарные отношения R_1 и R_2 – антирефлексивны, то отношение $R_1 \cap R_2$ – антирефлексивно.
- Укажите, какими свойствами обладают перечисленные ниже отношения (ответ обосновать)
 - $\phi = \{(a,a), (b,b), (c,c), (d,d), (b,d), (a,b)\}$,
 - $$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
.
- Для бинарного отношения $P = \{(1,2), (3,4), (4,5)\}$, заданного на множестве $A = \{1,2,3,4,5\}$, выполните следующие действия:
 - построить граф отношения;
 - достроить P до отношения эквивалентности и найти фактор-множество;
 - достроить P до отношения частичного порядка;
 - достроить P до отношения линейного порядка.

Контрольная работа № 2

Вариант ____

1. В музыкальном кружке занимаются 10 человек, в кружке художественного слова – 15, в вокальном кружке – 12, в фотокружке – 20. Сколькими способами можно составить бригаду из 4-х чтецов, 3-х пианистов, 5 певцов и одного фотографа?
2. Сколькими различными способами из колоды карт в 36 листов можно выбрать неупорядоченный набор из 5 карт так, чтобы в этом наборе было бы точно 1 король, 2 дамы, 1 пиковая карта.
3. Сколько различных слов можно получить перестановкой букв слова *последовательность*, так чтобы согласные шли в алфавитном порядке, а буквы «о» не стояли рядом.
1. В группе из 25 человек, из которых 16 знают польский язык, 13 – чешский, 9 – болгарский, 6 – польский и чешский, 7 – чешский и болгарский, 4 польский и болгарский. Сколько человек знают все три языка, если 1 не знает ни одного языка. Сколько человек знает ровно 2 языка? Сколько человек знает ровно 1 язык?
4. Для линейного рекуррентного соотношения найдите общее решение и частное решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям

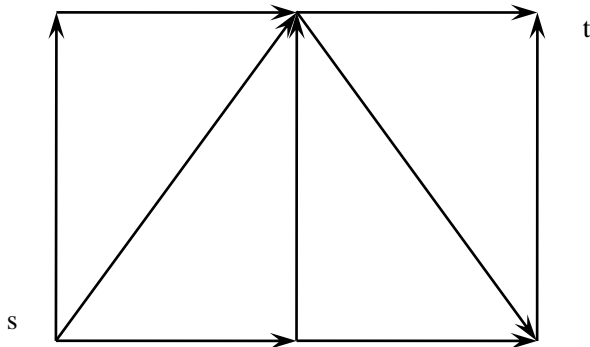
$$f(n+2) = \frac{3}{289} f(n) - \frac{2}{17} f(n+1), f(1) = f(2) = 1.$$

5. Найти решение рекуррентного соотношения $a_0 = 9, a_n = a_{n-1} + 3 \quad (n \geq 1)$ с помощью производящей функции.

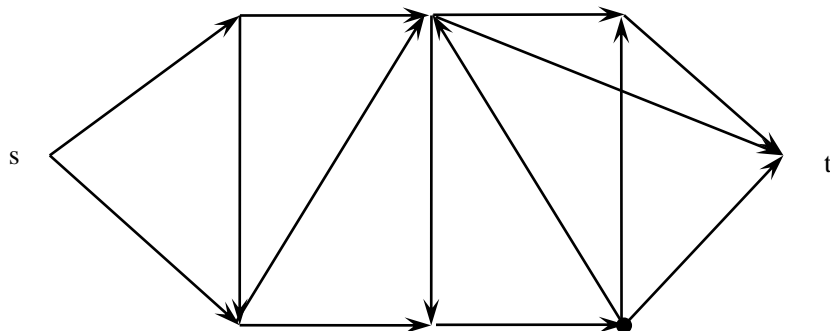
Контрольная работа № 3

Вариант ____

1. Припишите дугам графа веса и найдите максимальный поток из вершины s в вершину t.



2. Припишите дугам графа веса и найдите кратчайший путь из вершины s в вершину t.



Контрольная работа № 4

Вариант _____

- Для заданной функции $f = (x \oplus z) \vee (z \rightarrow y)$
 - построить таблицу истинности;
 - определить, является ли функция выполнимой, опровержимой, тавтологией или противоречием (ответ обосновать);
 - построить СДНФ, СКНФ, ПЖ;
 - определить принадлежность заданной функции к классам T_0, T_1, S, L, M ;
 - найти минимальную ДНФ.
- Исследовать полноту системы функций $F = \{xy \rightarrow z, x \rightarrow y, \bar{x}\}$ и найти базисы.

Критерии оценки контрольных работ:

Отлично	Правильно решено не менее 90% заданий
Хорошо	Правильно решено не менее 75% заданий
Удовлетворительно	Правильно решено не менее 50% заданий
Неудовлетворительно	Правильно решено менее 50% заданий

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в форме письменного экзамена, на который отводится 90 минут. Затем работы проверяются преподавателем, и полученные оценки выставляются в ведомость и в зачетку. Если имеется необходимость в уточнении решения задач, или возникает спорная ситуация, то может быть проведено дополнительное собеседование.

Контрольно-измерительный материал (1 семестр)

Вариант _____

Теоретический минимум:

- фактор-множество,
- комбинаторные конфигурации с повторениями,
- теорема об отношении эквивалентности,
- последовательность Фибоначчи и ее производящая функция,
- конденсация графа и ее свойства.

Задача 1. Выясните взаимное расположение множеств

$$D = (B \setminus C) \cup (A \cap B), E = A \setminus (B \cup C), F = A \cup \bar{B},$$

если A, B, C – произвольные подмножества универсального множества U .

Задача 2. Постройте диаграмму Гессе для частично упорядоченного множества (A, P) ,

если $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $xPy \Leftrightarrow x$ делит y нацело.

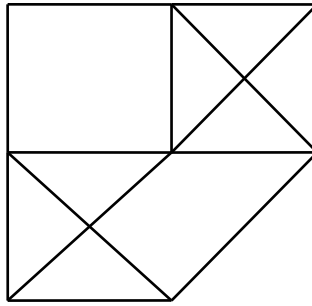
Задача 3. Найти наибольший член разложения бинома $(1 + \sqrt{3})^{100}$.

Задача 4. Пусть задано линейное рекуррентное соотношение второго порядка вида

$$f(n+2) = 6f(n+1) - 9f(n)$$

с начальными условиями $f(1) = 0, f(2) = 3$. Найти общее решение и частное решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

Задача 5. Найдите сильные компоненты, базы и антибазы графа, представленного на рисунке (ориентацию ввести самостоятельно).



Контрольно-измерительный материал (2 семестр)

Вариант ____

А. Минимизация булевых функций в классе нормальных форм. Понятие импликанты. Метод Квайна.

Задача 1: Является ли полной следующая система булевых функций

$$\{\bar{y} \oplus (x \vee z), \bar{x} \rightarrow y, x \wedge (y/\bar{z})\}?$$

Задача 2: На множестве $M = \{1, 2, \dots, 20\}$ заданы следующие предикаты:

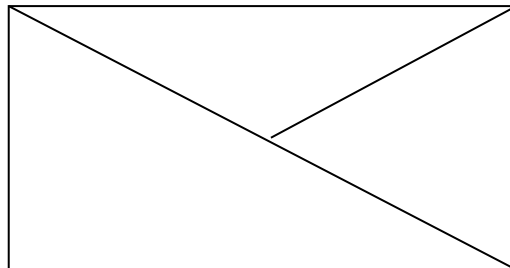
$$A(x) = \langle x \text{ делится на } 3 \rangle, \quad B(x) = \langle x - \text{четное число} \rangle,$$

$$C(x) = \langle x - \text{простое число} \rangle, \quad D(x) = \langle x \text{ кратно } 3 \rangle.$$

Найти множества истинности предикатов: а) $A(x) \wedge B(x) \wedge D(x)$; б) $C(x) \rightarrow A(x)$.

Задача 3: Построить СДНФ, СКНФ, ПЖ для булевой функции $\bar{x} \vee (z \downarrow y)$.

Задача 4: Найти максимальный поток из s в t .



Критерии аттестации (экзамен):

Оценка	Теоретические знания	Практические навыки
<i>Отлично</i>	Уверенное владение терминологией; знание основных фактов теории и умение доказать некоторые из них; знание методов и алгоритмов.	Получены правильные ответы во всех задачах.
<i>Хорошо</i>	Знание основных понятий и фактов теории без доказательства, знание основных методов и алгоритмов.	Получены правильные, возможно неполные, ответы во всех задачах.
<i>Удовлетворительно</i>	Наличие неглубоких теоретических знаний, демонстрирует знание основных методов и алгоритмов на частных примерах.	Получены правильные, возможно неполные, решения в большинстве задач.
<i>Неудовлетворительно</i>	По большей части отсутствуют теоретические знания.	Отсутствует правильное решение в большинстве задач.